BTS - Hydrostatique - Exercice N° 01

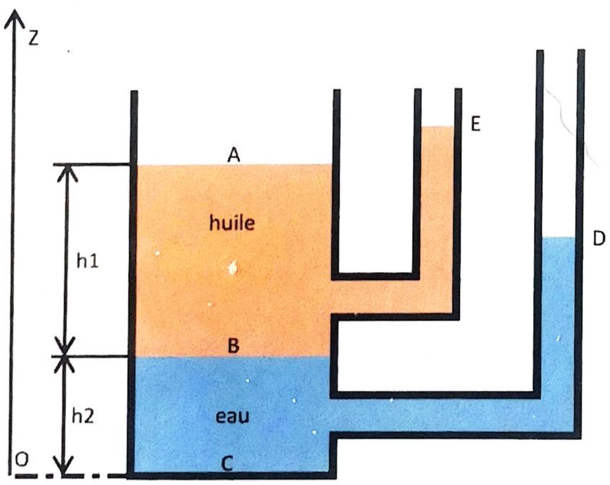
Objectif : Hydrostatique – Applications

- Relation fondamentale
- Pression

Données :

La figure ci-dessous représente un réservoir ouvert, équipé de deux tubes piézométriques et rempli avec deux liquides non miscibles :

- de l'huile de masse volumique ρ1=850 kg/m3 sur une hauteur h1=6 m,
- de l'eau de masse volumique ρ1=1000 kg/m3 sur une hauteur h2=5 m.
- Patmosphérique = 10^5 Pa



On désigne par :

- A un point de la surface libre de l'huile,
- B un point sur l'interface entre les deux liquides,
- C un point appartenant au fond du réservoir
- D et E les points représentants les niveaux dans les tubes piézométriques,
- (O, Z) est un axe vertical tel que ZC=O.

On demande :

Appliquer la relation fondamentale de l'hydrostatique (RFH) entre les points:

1) B et A. En déduire la pression PB (en bar) au point B.
2) A et E. En déduire le niveau de l'huile ZE dans le tube piézométrique.
3) C et B. En déduire la pression PC (en bar) au point C.
4) C et D. En déduire le niveau de l'eau ZD dans le tube piézométrique

Nota : Calculs en pression absolue, g = 9,81 m/s²

Exercice 1

1) RFH entre B et A : $P_B - P_A = \rho_e g (z_A - z_B)$

$$P_B = \rho_e g (z_A - z_B) + P_A$$

$\rho_e = 850\ kg\,m^{-3}$

$g = 9{,}81\ m\,s^{-2}$

$h_2 = 6\ m$

$P_A = 10^5\ Pa$

$$P_B = \rho_e g\, h_1 + P_A$$

$$P_B = 150\,031\ Pa$$
$$= 1{,}5\ bar$$

2) $P_A = P_E$ car ils sont tous les deux à l'air libre donc

$z_A = z_E = h_1 + h_2 = 11\ m$

Par la RFH : $P_A - P_E = \rho g (z_E - z_A)$

$$z_E - z_A = \frac{P_A - P_E}{\rho g}$$

$$z_E = \frac{P_A - P_E}{\rho g} + z_A \qquad P_A - P_E = P_{ATM} - P_{ATM} = 0$$

$$z_E = z_A$$

3) $P_C = 199\,081\ Pa$
$= 2\ bar$

4) $z_D = 10{,}1\ m$

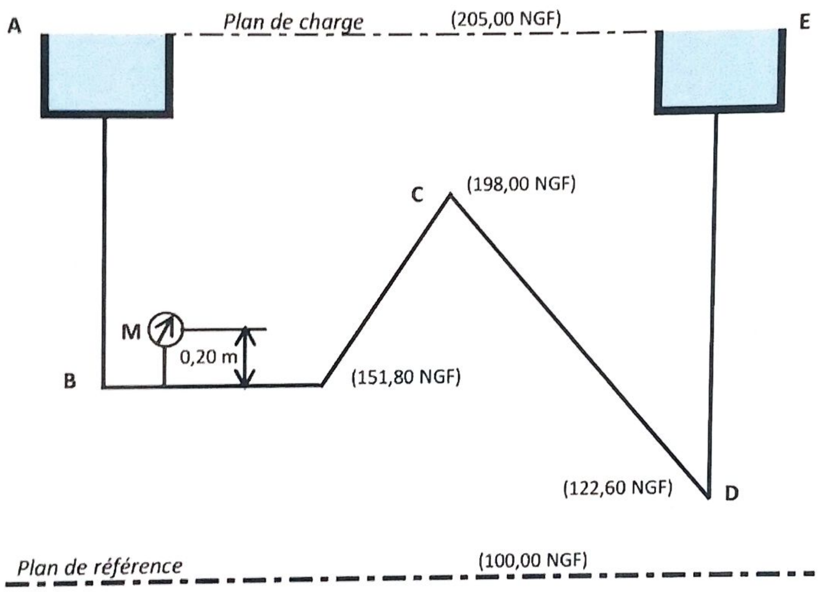
BTS - Hydrostatique - Exercice N° 02

Objectif : Hydrostatique – Applications

- Relation fondamentale
- Pressions

Données :

On considère le circuit hydraulique suivant en régime hydrostatique :



On demande :

En appliquant la relation fondamentale de l'hydrostatique, écrire la relation permettant d'exprimer la pression relative aux point suivants :

1. Au point M : lecture sur manomètre
2. Aux points C et D
3. De calculer la pression en chacun de ces points (M,C & D) et d'exprimer les résultats en mCE, Pa et bar

Nota :

- masse volumique eau :1 000 kg/m^3
- g : 9,81 m/s^2
- Les calculs seront conduits en pression relative (Patm = 0)

On rappelle que la pression lue sur un manomètre est la pression correspondante à l'axe du manomètre.

Correction Exercice 2

1) $P_M = \rho g (z_A - z_M) + P_A$

2) $P_C = \rho g (z_A - z_C) + P_A$

$P_D = \rho g (z_A - z_D) + P_A$

3) $P_M = 519\,930$ Pa
$= 5,2$ bar
$= 53,04$ mCE

$P_C = 68\,670$ Pa
$= 0,7$ bar
$= 7,14$ mCE

$P_D = 808\,344$ Pa
$= 8,1$ bar
$= 82,62$ mCE

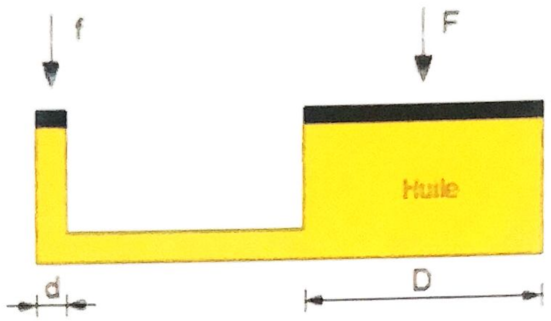
BTS - Hydrostatique - Exercice N°03

Objectif : Hydrostatique – Applications

- Poussée Hydrostatique : application pratique à la presse hydraulique

Données :

On considère une presse hydraulique constituée suivant le schéma ci-après :



Hypothèses :

- Petit cylindre : d = 2 cm
- Grand cylindre : D = 16 cm
- Huile : liquide réputé incompressible

On demande :

1. Si l'on applique un incrément de force de 1 N sur le petit cylindre, quel poids le grand cylindre pourrait-il soulever ?
2. Si l'on applique un incrément de force de 1 N sur le grand cylindre, quel poids le petit cylindre pourrait-il soulever ?
3. Quel est le sens utile d'utilisation de la presse ?
4. Déterminer la relation littérale entre les forces F, f et les diamètres D, d

Correction Exercice 3

1) D'après le 1^e principe de Pascal

$$\frac{f}{S_1} = \frac{F}{S_2}$$

$$\frac{f}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{F}{\frac{\pi D^2}{4}}$$

$$* \quad \frac{4f}{\pi d^2} = \frac{4F}{\pi D^2}$$

$$\frac{A}{B} \times \frac{C}{D}$$

$$\frac{4f\pi D^2}{\pi d^2} = 4F$$

$$\frac{fD^2}{d^2} = F$$

$$\begin{cases} f = 1\ N \\ D = 0,16\ m \\ d = 0,02\ m \end{cases}$$

A.N : $F = \frac{0,16^2}{0,02^2} = 64\ N$

2) $f = 0,016\ N$

3) Le plus utile est de décupler sa force donc du petit cylindre vers le grand

4)

$$* \quad 4f\pi D^2 = 4F\pi d^2$$

$$\frac{f}{F} = \left(\frac{d}{D}\right)^2$$

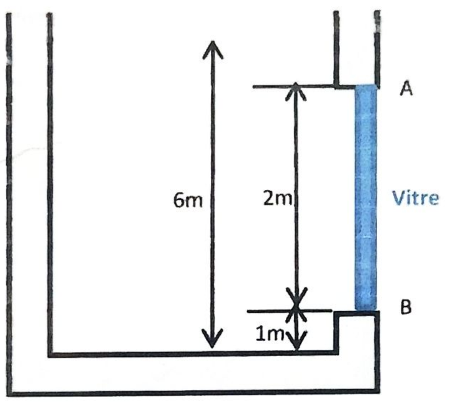
BTS - Hydrostatique - Exercice N° 04

Objectif : Hydrostatique – Application

- Pression
- Poussée

Données

On considère un aquarium géant utilisé dans les parcs d'attraction représenté par la figure suivante :



Il est rempli d'eau à une hauteur **H= 6m**, et équipé d'une partie vitrée de forme rectangulaire de dimensions **(2m x 3m)** qui permet de visualiser l'intérieur.

On demande :

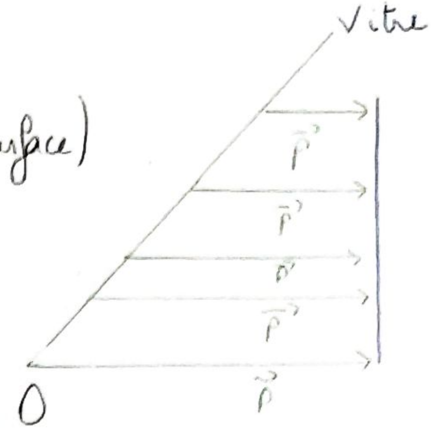
1) Représenter le champ de pression qui s'exerce sur la partie vitrée.
2) Déterminer les pressions relatives en A & B
3) Déterminer le module de la résultante *R* des forces de pression.
4) Relative Calculer la profondeur ZR du centre de poussée.

Nota :

- ρ = 1 000 kg/m^3
- g = 9,81 m/s^2
- Les calculs seront conduits en pression relative (Patm = 0)

Correction Exercice 4

1) Champ de pression sur la vitre →



2) RFH entre C et A (C au niveau de la surface)

$$P_C - P_A = \rho g (z_A - z_C)$$

$$-P_A = \rho g \Delta h - P_C$$

$$P_A = -\rho g \Delta h + P_C$$

$$= 29\,430 \text{ Pa}$$

$$\begin{cases} P_C = P_{ATM} = 0 \\ \rho = 1000 \text{ kg m}^{-3} \\ g = 9,81 \text{ m s}^{-2} \end{cases}$$

$$\Delta h = 3 - 6 = -3 \text{ m}$$

RFH entre B et C

$$P_B - P_C = \rho g (z_B - z_C)$$

$$P_B = \rho g (z_B - z_C) + P_C$$

3) D'après la formule du cours sur la poussée hydrostatique

$$F = \rho g h_{CDG} S$$

$$= 235\,440 \text{ N}$$

$$\begin{cases} \rho = 1000 \text{ kg m}^{-3} \\ g = 9,81 \text{ m s}^{-2} \\ h_{CDG} = 6 - 2 = 4 \text{ m} \\ S = 2 \times 3 = 6 \text{ m}^2 \end{cases}$$

4) Calcul du point d'application de la force de poussée

$$z_R = h_{CDG} + \frac{I}{h_{CDG} \times S}$$

$$= 4 + \frac{2}{4 \times 6}$$

$$= \frac{49}{12} \text{ m}$$

$$\begin{cases} I = \frac{b h^3}{12} \\ \quad = \frac{3 \times 2^3}{12} \\ \quad = 2 \\ h_{CDG} = 4 \text{ m} \\ S = 6 \text{ m}^2 \end{cases}$$

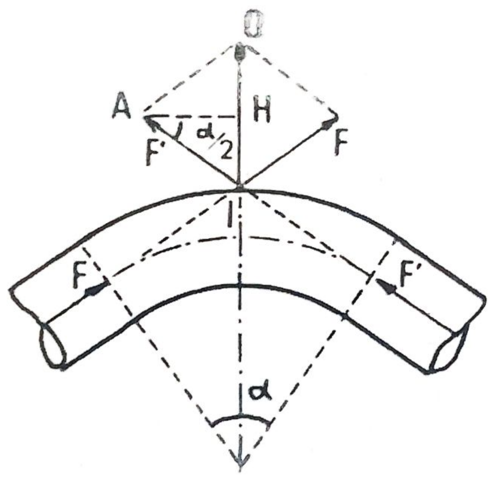
BTS - Hydrostatique - Exercice N° 05

Objectif : Hydrostatique – Applications

- Poussée hydraulique sur un coude
- Massif de butée béton

Données :

On considère le coude DN 400 au 1/16 (22,5°) ci-dessous non auto-buté, soumis à une pression hydrostatique interne de 15 bars :



On demande :

De déterminer :

1. La poussée hydraulique résultante **H**
2. Le poids du massif de butée permettant d'équilibrer la poussée
3. Le volume de béton nécessaire pour assurer la stabilité du coude

Nota :

- masse volumique eau : 1 000 kg/m³
- masse volumique béton : 2 200 kg/m³
- g : 9,81 m/s²
- coefficient de frottement sol/béton : 0,4

Exercice 5

1) $H = R\,P\,S$ $\begin{cases} R = l \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = l \sin\left(\frac{22,5}{2}\right) = 0,39 \\ P = 15 \text{ bar} = 15 \times 10^5 \text{ Pa} \\ S = \frac{\pi d^2}{4} = 0,126 \end{cases}$

$= 73\,710 \text{ N}$

2) $P = \frac{F}{tg\,\phi}$ $\begin{cases} F = 73\,710 \text{ N} = H \\ tg\,\phi = 0,4 \rightarrow \text{Frottement Sol/Béton} \end{cases}$

$= 184\,275 \text{ N}$

3) $V = \frac{F}{\rho_B\, g\, tg\,\phi}$ $\begin{cases} F = H = 73710 \text{ N} \\ \rho_B = 2200 \text{ kg m}^{3} \\ g = 9,81 \text{ m s}^{-2} \\ tg\,\phi = 0,4 \end{cases}$

$= 8,54 \text{ m}^3$

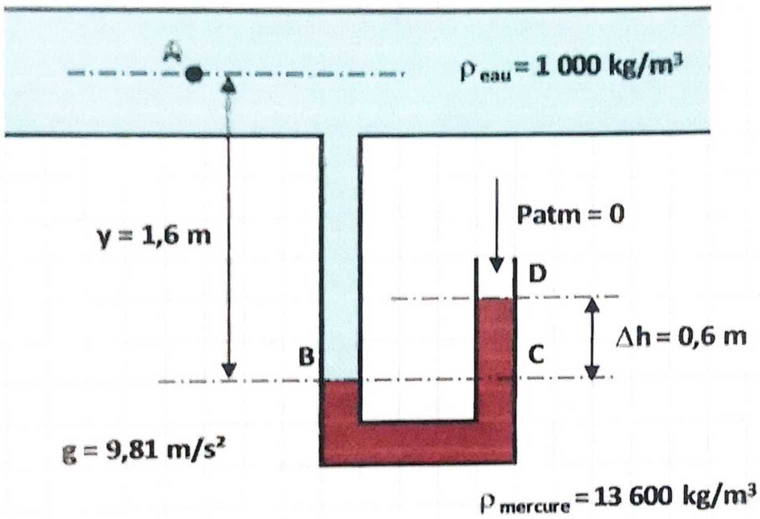
BTS - Hydrostatique - Exercice N° 06

Objectif : Hydrostatique – Applications

- Calcul de pression

Données :

On considère l'installation définie par le schéma ci-dessous :



On demande :

1) De déterminer l'expression littéraie de la pression en A (pA)
2) De calculer la valeur de la pression en A en Pa et en bar

Nota :

Les calculs seront conduits en pression relative (Patm = 0)

Exercice 6

1) RFH entre D et B

$$P_B - P_D = \rho_M g (z_D - z_B)$$

$$P_B = \rho_M g (z_D - z_B) + P_D$$

$$P_B = \rho_M g \Delta h$$

$$\begin{cases} P_D = P_{ATM} = 0 \\ z_D - z_B = \Delta h \end{cases}$$

RFH entre A et B

$$P_A - P_B = \rho_0 g (z_B - z_A)$$

$$P_A = \rho_0 g (z_B - z_A) + P_B$$

$$z_B - z_A = -y$$

$$P_A = -\rho_0 g y + P_B$$

$$P_A = -\rho_0 g y + \rho_M g \Delta h$$

$$P_A = \rho_M g \Delta h - \rho_0 g y$$

$$P_A = g (\rho_M \Delta h - \rho_0 y)$$

$$\begin{cases} g = 9{,}81 \ m s^{-2} \\ \rho_M = 13600 \ kg \, m^{-3} \\ \rho_0 = 1000 \ kg \, m^{-3} \\ \Delta h = 0{,}6 \ m \\ y = 1{,}6 \ m \end{cases}$$

2) AN : $P_A = 64\,353{,}6 \ Pa$

$= 0{,}64 \ bar$

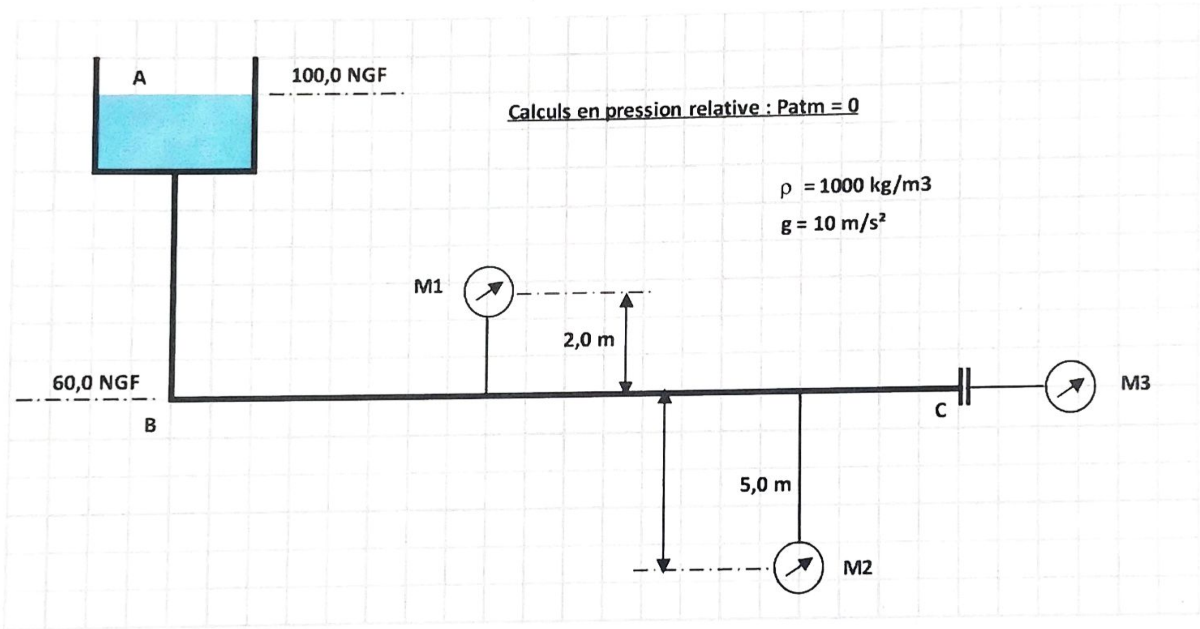
BTS - Hydrostatique - Exercice N° 07

Objectif : Hydrostatique – Applications

- Relation Fondamentale de l'Hydrostatique (RFH)
- Compréhension de la lecture d'un manomètre

Données :

On considère le dispositif défini par le schéma suivant :



Où M1, M2 & M3 sont des manomètres gradués en bar. Le tronçon de conduite BC est horizontal et à l'altitude 60,0 NGF.

On demande :

- D'indiquer la valeur de la pression affichée sur les 3manomètres
- De préciser la valeur de la pression statique dans le tronçon de conduite BC

Exercice 7

1) RFH entre A et M_1

$$P_{M_1} = \rho g (z_A - z_{M_1}) + P_A$$

$$\begin{cases} \rho = 1000 \ kg\,m^{-3} \\ g = 10 \ m\,s^{-2} \\ z_A - z_{M_1} = 38 \ m \\ P_A = P_{ATM} = 0 \end{cases}$$

$$P_{M_1} = 380\,000 \ P_A$$
$$= 3,8 \text{ bar}$$

$$P_{M_2} = 4,5 \text{ bar}$$

2) $P_{M_3} = 4 \text{ bar} = P_{BC}$ car la conduite est à la même hauteur

BTS - Hydrostatique - Exercice N° 8

Objectif : Hydrostatique – Applications

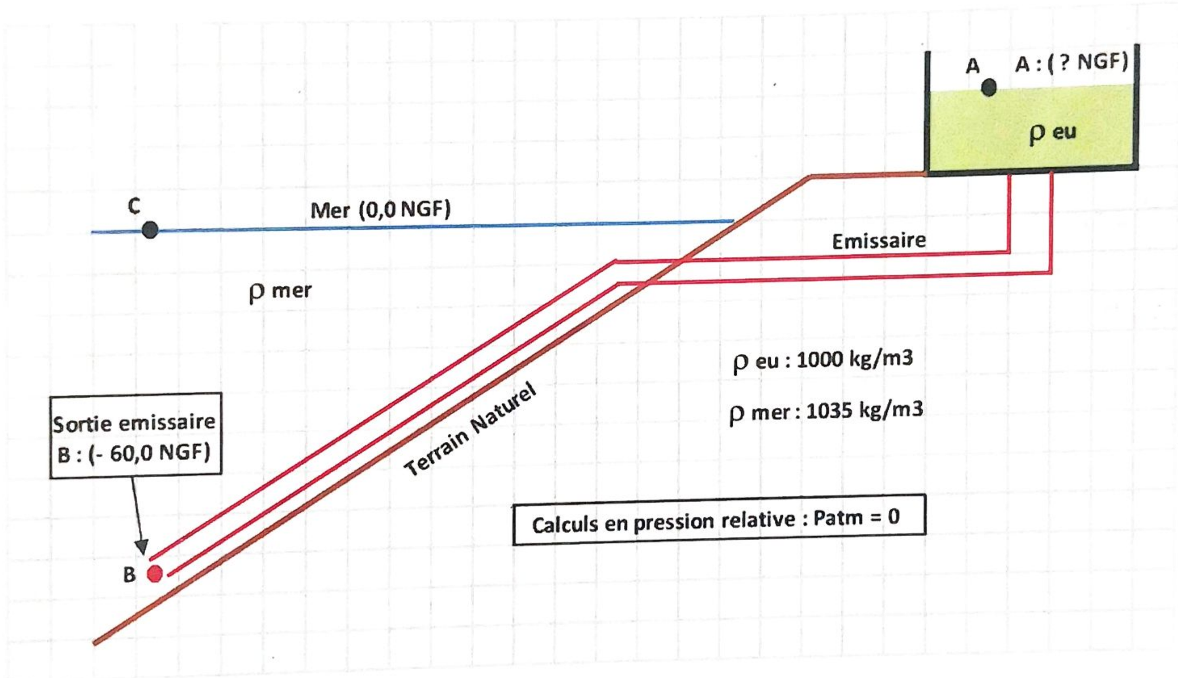
- Relation Fondamentale de l'Hydrostatique (RFH)
- Niveau rejet émissaire en régime statique

Données :

On considère l'émissaire de la station d'épuration de la ville d'Antibes. Cet ouvrage est constitué comme suit :

- Longueur : 1 911 m (parties terrestre + maritime)
- Diamètre intérieur : 1 070 mm
- Profondeur diffuseur : - 60 NGF (point B du schéma)

Le schéma de principe du dispositif est le suivant :



On demande :

- De déterminer (en régime statique) l'altitude NGF du plan d'eau de la cuve de départ des effluents traités (point A du schéma) en vue de définir la cote d'arase du génie civil de la cuve.

Hypothèses :

On admet que l'émissaire est uniquement rempli d'eaux usées traitées (ρeu), que les deux liquides sont non miscibles et que l'interface se fait au point B.

Excercice 8

RFH entre A et B

$$P_B - P_A = \rho_0 g (z_A - z_B)$$

$$P_B = \rho_0 g \Delta h_1 + P_A$$

$$\Delta h_1 = \frac{P_B}{\rho_0 g}$$

RFH entre C et B

$$P_B - P_C = \rho_H g (z_C - z_B)$$

$$P_B = \rho_H g (z_C - z_B) + P_C$$

$$P_B = \rho_H g \Delta h_2$$

Donc $\Delta h_1 = \dfrac{\rho_H g \Delta h_2}{\rho_0 g}$

$$\Delta h_1 = \frac{\rho_H \Delta h_2}{\rho_0}$$

$$\Delta h_1 = z_A - z_B$$

$$z_A = \frac{\rho_H \Delta h_2}{\rho_0} + z_B$$

$$= 2,1 \, m$$

$$\begin{cases} \rho_H = 1035 \ kg \, m^{-3} \\ \rho_0 = 1000 \ kg \, m^{-3} \\ \Delta h_2 = 60 \ m \\ z_B = -60 \ m \end{cases}$$

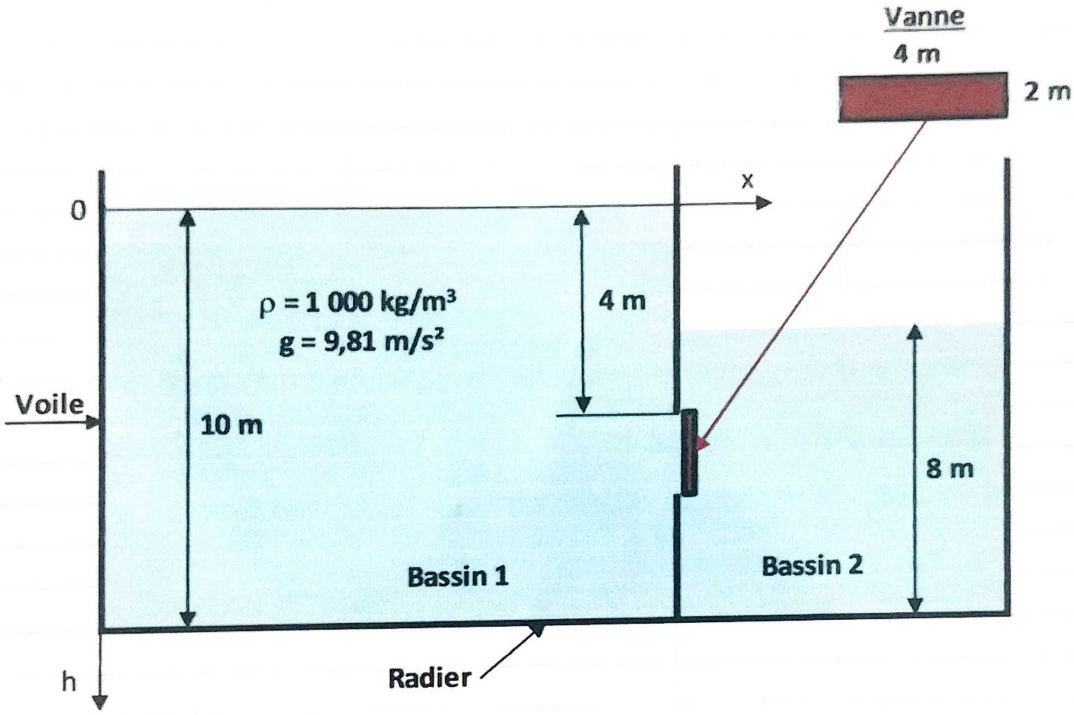
BTS - Hydrostatique - Exercice N° 09

Objectif : Hydrostatique – Applications

- Poussées sur paroi plane
- Calcul des boulons

Données :

On considère l'installation définie par le schéma ci-dessous :



Les 2 bassins sont reliés par une vanne murale immergée de dimensions :

- Longueur : 4 m
- Hauteur : 2 m

La vanne est fixée sur le voile par des boulons aux caractéristiques suivantes :

- Diamètre boulon : 12 mm
- Contrainte admissible (σ) : 16 daN/mm² en traction simple (1)

Les calculs seront conduits en pression relative (Patm = 0)

On demande :

1) De calculer la pression hydrostatique sur le radier de chaque bassin en (Pa) et en (bar)
2) De calculer la poussée résultante sur la vanne en (N)
3) De calculer la poussée sur la vanne dans les conditions les plus défavorables (justifier les hypothèses retenues)
4) De calculer le nombre de boulons nécessaires à assurer la stabilité de la vanne (traction simple)

(1) : la contrainte admissible est la pression (F / S) que peut supporter le boulon en toute sécurité

Exercice 9

1) A au niveau de la surface, B au radier (Bassin 1)

RFH entre A et B : $P_B - P_A = \rho g (z_A - z_B)$

$$P_B = \rho g (z_A - z_B) + P_A$$

$$P_B = 98\,100 \text{ Pa}$$

$$= 0{,}98 \text{ bar}$$

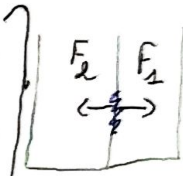
$\left\{ \begin{array}{l} \rho = 1000 \text{ kg m}^{-3} \\ g = 9{,}81 \text{ m s}^{-2} \\ z_A - z_B = 10 \text{ m} \\ P_A = P_{ATM} = 0 \text{ Pa} \end{array} \right.$

C au niveau de la surface, D au radier (Bassin 2)

RFH entre C et D : $P_D = 78\,480 \text{ Pa}$

$$= 0{,}78 \text{ bar}$$

2) 2 poussées s'opposent sur la vanne :
- Du Bassin 1 vers le 2
- Du Bassin 2 vers le 1



On a : $R = F_1 - F_2$

$$= S P_{V_1} - S P_{V_2}$$

$$= S \rho g h_1 - S \rho g h_2$$

$$= S \rho g (h_1 - h_2)$$

$$R = 156\,960 \text{ N}$$

$P_{V_{1,2}} \rightarrow$ Pressions au centre de gravité de la vanne

$\left\{ \begin{array}{l} S = 4 \times 2 = 8 \text{ m}^2 \\ \rho = 1000 \text{ kg m}^{-3} \\ g = 9{,}81 \text{ m s}^{-2} \\ h_1 = 5 \text{ m} \\ h_2 = 3 \text{ m} \end{array} \right.$ De la surface au centre de gravité

3) La condition la plus défavorable pour la vanne serait que le deuxième bassin soit vide, donc la poussée la plus importante que la vanne peut subir

$$R = F_1$$

$$= S \rho g h_1$$

$$= 392\,400 \text{ N}$$

4) Surface d'un boulon $S = \dfrac{\pi d^2}{4}$ $\{ d : 12\ mm$

$= 36\pi\ mm^2$

Surface nécessaire $160\ N \longrightarrow 1\ mm^2$

$392\,400\ N \longrightarrow 2452{,}5\ mm^2$

Nb de boulons 1 boulon $36\pi\ mm^2$

22 boulons $2452{,}5\ mm^2$

(unité supérieure)

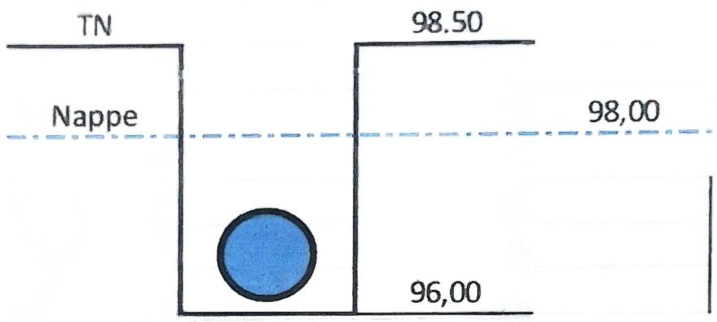
BTS - Hydrostatique - Exercice N° 10

Objectif : Hydrostatique – Applications

- Poussée d'Archimède
- Stabilité de conduite

Donnees

On considère une canalisation posée en tranchée sous nappe phréatique suivant les dispositions ci-dessous :



Hypothèses :

- Diamètre extérieur du tuyau : 1 m
- Poids du tuyau (vide) : 4 kN/m
- Masse volumique nappe (eau) : 1 000 kg/m3
- Masse volumique du béton : 2 200 kg/m3
- $g = 9{,}81\ m/s^2$

On demande :

1. De vérifier la stabilité de la conduite vide à la pression hydrostatique (nappe)
2. Si la stabilité n'est pas assurée, de déterminer le volume minimal de béton nécessaire pour assurer la stabilité

Nota :

- Les calculs sont à faire pour 1,0 m de longueur de canalisation
- Les altitudes sont en NGF

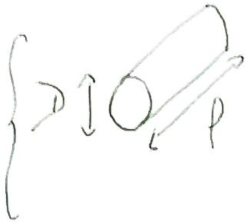
Exercice 10

1) 2 forces s'excercent sur la conduite $\begin{cases} \text{Le poids } \downarrow \\ \text{La poussée d'Archimède } \uparrow \end{cases}$

$$P = 4000 \text{ N}$$

$$A = \rho_e \, g \, V_{Deplace}$$

$$= \rho_e \, g \, \frac{\pi D^2}{4} \, l$$



$$\begin{cases} \rho_e = 1000 \text{ kg m}^{-3} \\ g = 9{,}81 \text{ m s}^{-2} \\ D = 1 \text{ m} \\ l = 1 \text{ m} \end{cases}$$

$$= 7704{,}8 \text{ N}$$

$A \uparrow > P \downarrow$, la conduite flotte

2) Poids du lestage $= A - P$

$$= 3704{,}8 \text{ N}$$

$$\text{Volume de lestage} = \frac{P_{lestage}}{\rho_{beton} \times g}$$

$$\left\{ \frac{\text{kg m s}^{-2}}{\text{kg m}^{-3} \text{ m s}^{-2}} = \text{m}^3 \right.$$

$$= 0{,}17 \text{ m}^3$$